

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΔΙΑΚΟΠΩΝ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Θέματα για Λύση

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$, και έστω K, Λ, M τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma A$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισοσκελές.

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$. Προεκτείνουμε την AG κατά $\Gamma\Delta=AG$ και τη ΓB κατά τμήμα $BE=\Gamma B$. Να αποδείξετε ότι $AE=B\Delta$.

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$. Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE . Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

β) Κάθε σημείο της διχοτόμου της γωνίας $B\hat{A}\Gamma$ ισαπέχει από τα σημεία Δ και E .

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$, και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE .

α) Να αποδείξετε ότι $BE=\Gamma\Delta$.

β) Προεκτείνουμε τις πλευρές BA και ΓA κατά ίσα τμήματα AZ και AH αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $HE=Z\Delta$

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB < AG$. Η μεσοκάθετη της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την AG στο Δ και την προέκταση της BA στο E . Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $BE\Delta$ και $\Gamma E\Delta$ είναι ίσα.

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$, και P σημείο της διαμέσου $A\Delta$. Αν η BP τέμνει την AG στο σημείο Z και η ΓP την AB στο E , να αποδείξετε ότι:

α) $BP=\Gamma P$.

β) τα τρίγωνα BEP και ΓZP είναι ίσα.

γ) η $A\Delta$ είναι κάθετη στην EZ .

7. Δίνεται οξεία γωνία $\chi\hat{O}\gamma$, η διχοτόμος της $O\delta$ και τα σημεία A και B των $O\chi$ και $O\gamma$ αντίστοιχα, με $OA=OB$. Θεωρούμε επίσης σημείο M της $O\delta$ με $OM < OA$. Προεκτείνουμε τις MA και MB κατά ίσα τμήματα AG και $B\Delta$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $M\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

β) το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

γ) τα τρίγωνα OAG και OBD είναι ίσα.

8. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε την πλευρά BA κατά τμήμα $A\Delta=BA$ και την πλευρά ΓA κατά τμήμα $A\epsilon=\Gamma A$.

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta\epsilon=B\Gamma$.

β) Προεκτείνουμε την διάμεσο BM του $AB\Gamma$, κατά τμήμα $MN=BM$. Να αποδείξετε ότι $AN=\Delta\epsilon$.

9. Δίνεται οξυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=A\Gamma$. Στα σημεία B και Γ φέρνουμε αντίστοιχα ευθείες ϵ και ζ κάθετες στη $B\Gamma$. Η ϵ τέμνει την προέκταση της ΓA στο Δ και η ζ τέμνει την προέκταση της BA στο E .

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta=\Gamma E$.

β) Αν M και N τα μέσα των $A\Delta$ και $A\epsilon$ αντίστοιχα και K το σημείο τομής των ΔN και $M\epsilon$, να αποδείξετε ότι:

ι) τα τρίγωνα ΔMN και ϵNK είναι ίσα.

ii) η ευθεία AK είναι μεσοκάθετη της $B\Gamma$

10. Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=A\Gamma$, και έστω M το μέσο της $B\Gamma$. Από το M φέρνουμε ευθεία κάθετη στην $A\Gamma$, που τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ και την προέκταση της AB στο E . Επίσης από το M φέρνουμε ευθεία κάθετη στην AB , που τέμνει την AB στο Z και την προέκταση της $A\Gamma$ στο H . Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα AZH και $A\Delta E$ είναι ίσα.

β) το τρίγωνο $M\epsilon H$ είναι ισοσκελές.

11. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Φέρνουμε τη $B\epsilon \perp A\Delta$, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $AB=AZ$

β) το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές.

12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=A\Gamma$. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και $\Gamma\epsilon$. Φέρνουμε τις $\Delta Z \perp AB$ και $\epsilon H \perp A\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $M\Delta=M\epsilon$

β) τα σημεία Z και H ισαπέχουν από την $B\Gamma$.

γ) τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και $A\epsilon H$ είναι ίσα.