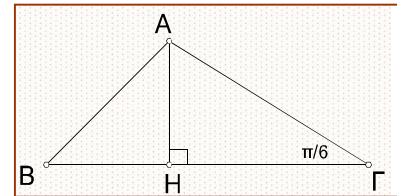


1<sup>η</sup> - 2<sup>η</sup> - 3<sup>η</sup>  
Ενότητα

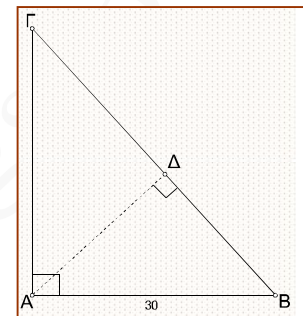


Προτεινόμενες Ασκήσεις

1. Στο διπλανό σχήμα είναι:  $BH=1$  και  $\Gamma H=3$  και  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$   
Να υπολογίσετε τις πλευρές  $A\Gamma$ ,  $AB$  και το ύψος  $AH$



2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Αν  $AB=30$   
και  $\eta\mu B = \frac{3}{5}$  να υπολογίσετε τις πλευρές  $B\Gamma$ ,  $A\Gamma$   
και το ύψος  $A\Delta$



3. Δύο συγκεκριμένα σημεία  $A$  και  $B$  στο έδαφος απέχουν μεταξύ τους  $10$  km. Ο πιλότος ενός αεροπλάνου, όταν βρίσκεται στην κατακόρυφο του  $A$ , βλέπει την απόσταση  $AB$  υπο γωνία  $30^\circ$ . Να υπολογίσετε το ύψος του αεροπλάνου.

4. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{2\eta\mu 30^\circ + 2\varepsilon\phi 30^\circ \cdot \eta\mu 60^\circ + \varepsilon\phi 45^\circ}{2\sigma\upsilon\nu 60^\circ - 2\sigma\phi 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ + \sigma\phi 45^\circ}$$

5. Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $A\Delta$ ,  $BE$ ,  $\Gamma Z$  τα ύψη του. Αν ισχύει  $A\Delta = BE + \Gamma Z$

να αποδείξετε ότι:  $\frac{1}{\eta\mu A} = \frac{1}{\eta\mu B} + \frac{1}{\eta\mu \Gamma}$

6. Να αποδείξετε ότι οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  τέμνονται κάθετα αν και μόνο αν το άθροισμα των ημιτόνων των τεσσάρων γωνιών που έχουν κορυφή το σημείο τομής των διαγωνίων είναι  $4$ .

7. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$B = \frac{2\eta\mu\frac{\pi}{6} + \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} + 2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{\epsilon\phi\frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \cdot \sigma\phi\frac{\pi}{3} + \sigma\phi\frac{\pi}{4}}$$

8. Να βρείτε τις γωνίες  $\varphi, \omega \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  για τις οποίες ισχύει:  $\eta\mu\varphi + 3\sigma\upsilon\nu\omega = 4$ .

9. Να δείξετε ότι: α.  $|5\sigma\upsilon\nu x + 2\sigma\upsilon\nu y| \leq 7$      β.  $|2\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu x| \leq 5$

10. Να βρείτε τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη τιμή των παραστάσεων  
 α.  $y = 3 + 2\eta\mu x$      β.  $y = -2 + 5\eta\mu x$      γ.  $y = 5 - 3\sigma\upsilon\nu x$

11. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x^2 - x + \eta\mu\theta - 2 = 0$  έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε γωνία  $\theta$ .

12. Αν  $\rho_1, \rho_2$  είναι ρίζες της εξίσωσης  $(1 + \sigma\upsilon\nu\alpha)x^2 - (\sigma\upsilon\nu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha)x + \eta\mu^2\alpha = 0$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  να αποδείξετε ότι:  $\rho_1 + \rho_2 + \rho_1\rho_2 = 1$

13. Για μια γωνία  $\omega \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  ισχύει:  $5\sigma\upsilon\nu^2\omega - 7\sigma\upsilon\nu\omega - 6 = 0$ .

α. Να αποδειχθεί ότι  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$

β. Να υπολογιστούν οι αριθμοί  $\eta\mu\omega, \epsilon\phi\omega, \sigma\phi\omega$ .

14. Αν  $x = 3\eta\mu\theta$  και  $y = 2\sigma\upsilon\nu\theta$  να δείξετε ότι:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

15. Να δείξετε ότι:  $\begin{vmatrix} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\sqrt{2}} & \frac{-\eta\mu x}{\sqrt{2}} \\ \frac{\eta\mu x}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\sqrt{2}} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$

16. Να αποδείξετε ότι:

α.  $\frac{\sigma\upsilon\nu^3 x - \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^3 x - \eta\mu x} = \epsilon\phi x$

β.  $\eta\mu^2 x \epsilon\phi x - \sigma\upsilon\nu^2 x \sigma\phi x = \epsilon\phi x - \sigma\phi x$

17. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1 + \epsilon\phi\omega} + \frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\phi\omega} = \frac{1}{\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega}$

18. Να αποδείξετε ότι: 
$$\frac{\sigma\upsilon\nu(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi + x)}{\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x) \cdot \eta\mu(\pi - x)} = \sigma\phi x$$

19. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

α.  $\eta\mu A = \eta\mu(B + \Gamma)$       β.  $\epsilon\phi B + \epsilon\phi(A + \Gamma) = 0$   
 γ.  $\eta\mu \frac{A}{2} = \sigma\upsilon\nu \frac{B + \Gamma}{2}$       δ.  $\sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2} = \eta\mu \frac{A + B}{2}$

20. Έστω  $A = \frac{\epsilon\phi(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi - \alpha)}$ ,  $B = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \frac{\pi}{2}) \cdot \eta\mu(\pi + \alpha)$ ,

$\Gamma = \sigma\upsilon\nu(\pi + \alpha) \eta\mu(\alpha - \frac{\pi}{2})$  να αποδειχθεί ότι:

α.  $\Gamma = B + 1$       β.  $B + A = \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$       γ.  $A + B = \Gamma$

21. Να αποδειχθεί ότι: 
$$\frac{\eta\mu 40^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 70^\circ}{\eta\mu 20^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 50^\circ} + \frac{\eta\mu 10^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 55^\circ}{\eta\mu 35^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 80^\circ} + \frac{\epsilon\phi 15^\circ \cdot \sigma\phi 65^\circ}{\epsilon\phi 25^\circ \cdot \sigma\phi 75^\circ} = 3$$

22. Να αποδείξετε ότι:  $\sigma\upsilon\nu^2 \alpha + \sigma\upsilon\nu^2 \beta + 2\eta\mu \alpha \eta\mu \beta \leq 2$

23. Αν  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  να δείξετε ότι:  $\eta\mu \theta \cdot \sigma\phi(\frac{\pi}{2} - \theta) \geq 2[1 + \sigma\upsilon\nu(\pi + \theta)]$

24. Να αποδείξετε ότι:  $\sqrt{\eta\mu^4 \alpha + 4\sigma\upsilon\nu^2 \alpha} + \sqrt{\sigma\upsilon\nu^4 \alpha + 4\eta\mu^2 \alpha} = 3$

25. Δίνονται οι παραστάσεις :  $A = \frac{\eta\mu(-\omega) \cdot \sigma\phi(2\pi - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2} + \omega) \cdot \epsilon\phi(\pi + \omega)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - \omega) \cdot \epsilon\phi(\frac{\pi}{2} + \omega) \cdot \eta\mu(\frac{15\pi}{2} - \omega)}$

$B = \frac{\eta\mu(\pi - \omega) \cdot \sigma\phi(\frac{3\pi}{2} - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + \omega)}{\epsilon\phi(\frac{5\pi}{2} + \omega) \cdot \eta\mu(\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{3\pi}{2} + \omega)}$

Να δείξετε ότι:  $A = B^3$